Ejercicio 1 Del Modelo 5 del 2020 (Análisis)

Sea $f : R \to R$ la función definida por $f(x) = (5 - x)\cdot e^{x-4}$. Determina los puntos de la gráfica de f cuya recta tangente tiene pendiente máxima.

Solución

Sea $f : R \to R$ la función definida por $f(x) = (5 - x)\cdot e^{x-4}$. Determina los puntos de la gráfica de f cuya recta tangente tiene pendiente máxima.

Sabemos que la pendiente genérica de la recta tangente de la función f es $f'(x)$.

Como me dicen que dicha pendiente ($f'(x)$) tiene que ser máxima, la derivada de la función $f'(x)$ tiene que ser cero, es decir $f''(x) = 0$.

$f(x) = (5 - x)\cdot e^{x-4}$; $f'(x) = -1(e^{x-4}) + (5 - x)\cdot e^{x-4} = (4 - x)\cdot e^{x-4}$; $f''(x) = -1\cdot e^{x-4} + (4 - x)\cdot e^{x-4} = (3 - x)\cdot e^{x-4}$.

De $f''(x) = 0$, tenemos $(3 – x) = 0$, pues la exponencial no se anula nunca, es decir $x = 3$ es la abscisa del posible punto de pendiente máxima.

Veamos que efectivamente $x = 3$ es un máximo de $f''(x)$, es decir viendo que $f'''(3) < 0$.

$f''(x) = (3 - x)\cdot e^{x-4}$, de donde $f'''(x) = -1\cdot e^{x-4} + (3 - x)\cdot e^{x-4} = (2 - x)\cdot e^{x-4}$, luego $f'''(3) = -1\cdot e < 0$, **por tanto el punto de la gráfica de f cuya recta tangente tiene pendiente máxima es $(3, 2\cdot e^{-1}) = (3, 2/e)$.**

Ejercicio 2 Del Modelo 5 del 2020 (Análisis)

Considera la función $f : R \to R$ definida por $f(t) = \dfrac{1}{1 + e^t}$

a) Calcula $\int f(t)dt$ (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $x = 1 + e^t$). (1’5 puntos)

b) Se define $g(x) = \int_0^x f(t)dt$. Calcula $\lim_{x\to 0}\dfrac{g(x)}{x}$ (1 punto)

Solución

Considera la función $f : R \to R$ definida por $f(t) = \dfrac{1}{1 + e^t}$

(a)

Calcula $\int f(t)dt$ (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $x = 1 + e^t$).

$$\int f(t)dt = \int \frac{1}{1+e^t}dt = \left\{ \begin{array}{l} x = 1+e^t \Leftrightarrow x\text{-}1 = e^t \Leftrightarrow \ln(x-1) = t \\ dt = \dfrac{dx}{x-1} \end{array} \right\} = \int \frac{dx}{x\cdot(x-1)} = \int \frac{A\cdot dx}{x} + \int \frac{B\cdot dx}{x-1} = A\ln|x| + B\ln|x-1| + K$$

Calculamos A y B.

De $\dfrac{1}{x\cdot(x-1)} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{(x-1)} = \dfrac{A(x-1) + Bx}{x(x-1)}$, igualando numeradores tenemos:

$1 = A(x-1) + B(x)$.

De $x = 0 \to 1 = A(-1)$, luego $A = -1$.

De $x = 1 \to 1 = B(1)$, luego $B = 1$.

Luego $\int f(t)dt = \int \dfrac{1}{1+e^t}dt = A\ln|x| + B\ln|x-1| + K = -1\cdot\ln|x| + 1\cdot\ln|x-1| + K = \left\{ \begin{array}{c} \text{Quito cambio} \\ x = 1 + e^t \end{array} \right\} =$

$= -1\cdot\ln(1 + e^t) + \ln(1 + e^t - 1) + K = -\ln(1 + e^t) + \ln(e^t) + K = -\ln(1 + e^t) + t + K$.

(b)

Se define $g(x) = \int_0^x f(t)dt$. Calcula $\lim_{x\to 0}\dfrac{g(x)}{x}$.

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt = \left[-\ln(1+e^t)+t+K\right]_0^x = (-\ln(1 + e^x) + x + K) - (-\ln(1 + e^0) + 0 + K) = -\ln(1 + e^x) + x + \ln(2)$$

Le aplicaremos la regla de L’Hôpital (L’H).- (si “f” y “g” son funciones continuas en $[a -\delta, a + \delta]$, derivables en (a -δ, a + δ), verificando que f(a) = g(a) = 0 y $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$, entonces si existe $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ se verifica que $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$. La regla es válida si tenemos ∞/∞, y también si x→∞).

Tenemos:

$$\lim_{x\to 0}\frac{g(x)}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{-\ln(1+e^x)+x+\ln(2)}{x} = \left\{\frac{-\ln(1+e^0)+0+\ln(2)}{0} = \frac{0}{0};\ L'H\right\} = \lim_{x\to 0}\frac{-\frac{e^x}{1+e^x}+1+0}{1} = \frac{-1/2+1}{1} = 1/2.$$

Ejercicio 3 Del Modelo 5 del 2020 (Algebra)

Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} -my + z = 1 \\ 5x + 2y + mz = 0 \\ my + (m-3)z = -3 \end{cases}$

a) Discute el sistema según los valores de m. (1'25 puntos)
b) Para m = 0, resuelve el sistema. Calcula, si es posible, una solución en la que y = 5. (1'25 puntos)

Solución

Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} -my + z = 1 \\ 5x + 2y + mz = 0 \\ my + (m-3)z = -3 \end{cases}$

(a)
Discute el sistema según los valores de m.

Sean $A = \begin{pmatrix} 0 & -m & 1 \\ 5 & 2 & m \\ 0 & m & m-3 \end{pmatrix}$ y $A^* = \begin{pmatrix} 0 & -m & 1 & 1 \\ 5 & 2 & m & 0 \\ 0 & m & m-3 & -3 \end{pmatrix}$ la matriz de los coeficientes y la matriz ampliada.

Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes para ver para que valores de m hace cero dicho determinante.

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & -m & 1 \\ 5 & 2 & m \\ 0 & m & m-3 \end{vmatrix} \begin{matrix}\text{Adjuntos}\\ \text{segunda}\\ \text{fila}\end{matrix} = -(5)\cdot(-m(m-3) - m) = -(5)\cdot(-m^2 + 2m)$$

Si |A| = 0, tenemos $(-m^2 + 2m) = 0 = m\cdot(-m + 2) = 0$, de donde m = 0 y m = 2.

Si m ≠ 0 y m ≠ 2, |A| ≠ 0 luego rango (A) = rango(A*) = 3 = nº de incógnitas, y por el Teorema de Rouchè **el sistema es compatible y determinado y tiene solución única**.

Si m = 0, tenemos $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ y $A^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -3 \end{pmatrix}$.

En A como $\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} = -6 - 0 = -6 \neq 0$, rango(A) = 2.

En A* como $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -3 \end{vmatrix} =$ por tener dos columnas iguales, rango(A*) = 2.

Como **rango(A) = rango(A*) = 2 < número de incógnitas**, por el Teorema de Rouchè, el **sistema es compatible e indeterminado y tiene infinitas soluciones**, (más de una).

Si m = 2, tenemos $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $A^* = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$.

En A como $\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 0 + 10 = 10 \neq 0$, rango(A) = 2.

En A* como $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 5 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{vmatrix}$ Adjuntos segunda fila $= -5\cdot(6 - 2) = -20 \neq 0$, rango(A*) = 3.

Como **rango(A) = 2 $\neq$ rango(A*) = 3**, por el Teorema de Rouchè, el **sistema es incompatible y no tiene solución**.

(b)

Para m = 0, resuelve el sistema. Calcula, si es posible, una solución en la que y = 5. (1'25 puntos)

Hemos visto en el apartado (a) que **para m = 0** teníamos **rango(A) = rango(A*) = 2** < número de incógnitas, por el Teorema de Rouchè, el **sistema es compatible e indeterminado y tiene infinitas soluciones**, (más de una).

Como el rango es dos, con dos ecuaciones es suficiente, la primera y la segunda:

Tenemos $\begin{cases} z = 1 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$, tomando $y = b \in \mathbb{R}$, $x = -2b/5$. Y **las infinitas soluciones del sistema pedido son:**

(x, y, z) = (-2b/5, b, 1) con b$\in$ R.

Piden una solución con y = 5 = b**, tenemos que es (x, y, z) = (-2(5)/5, (5), 1) = (-2, 5, 1).**

Ejercicio 4 Del Modelo 5 del 2020 (Geometría)

Considera los puntos A(1, 0,1), B(-1, 0,2) y O(0, 0,0), y la recta $r \equiv \begin{cases} x = -1-\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2 \end{cases}$.

a) Calcula la distancia del punto A a la recta r. (1'5 puntos)

b) Determina el área del triángulo de vértices A, B y O. (1 punto)

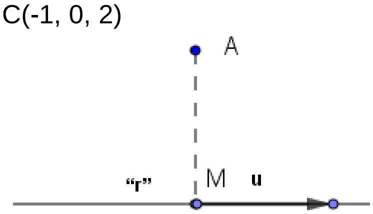
Solución

Considera los puntos A(1, 0,1), B(-1, 0,2) y O(0, 0,0), y la recta $r \equiv \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = 2 \end{cases}$.

(a)

Calcula la distancia del punto A a la recta r. (1'5 puntos)

Los puntos son: A(0, 2, -1), B(0, 1, 1), C(-1, 0, 2)



De la recta "r" tomamos un vector director el **u** = (-1, 1, 0).

Calculamos la proyección ortogonal del punto A sobre la recta "r", para lo cual tomamos el punto genérico M de la recta "r", formamos el vector **AM**, y le imponemos la condición de perpendicularidad a dos vectores, uno el **AM** y otro el director **u** de la recta "r". Obtenemos el punto M, y la distancia del punto A a la recta "r" será el módulo del vector **AM**.

Punto genérico de la recta "r", $M(-1 - \lambda, \lambda, 2)$, formamos el vector **AM** $= (-1 - \lambda - 1, \lambda - 0, 2 - 1) = (-2 - \lambda, \lambda, 1)$, le imponemos la condición de que sea perpendicular a la recta "r" es decir a su vector de dirección **u** = = (-1, 1, 0), por tanto **AM•u** = 0 $\rightarrow$ $(-2 - \lambda, \lambda, 1)\bullet(-1, 1, 0) = 0 = 2 + \lambda + \lambda + 0 = 0$, de donde λ **= -1** y el vector **AM** es **AM** = (-2 – (-1), (-1), 1) = (-1, -1, 1).

La distancia pedida es ||AM||| = √($1^2 + 1^2 + 1^2$) u^1 = √(3) u^1.

(b)
Determina el área del triángulo de vértices A(1, 0,1), B(-1, 0,2) y O(0, 0,0).

Sabemos que el área de un triángulo OAB es la mitad del área del paralelogramo que determinan su lados OA y OB, es decir la mitad del módulo (|| ||) determinado por los vectores **OA** y **OB**, luego el Área del triángulo es = (1/2)·||**OAxOB**||.

OA = (1, 0, 1); **OB** = (- 1, 0, 2); **OA**x**OB** = $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ = **i**(0 - 0) - **j**(2 + 1) + **k**(0 - 0) = (0, -3, 0).

||**OA**x**OB**|| = √($(0)^2+(3)^2+(0)^2$) = √(9) = 3.

Área del triángulo es = (1/2)·||OAxOB|| = (1/2)·3 u^2 = 3/2 u^2.

Ejercicio 5 Del Modelo 5 del 2020 (Análisis)

Se sabe que la función f : R → R dada por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$, tiene un punto crítico en x = 2 y que la recta normal a su gráfica en el punto de abscisa x = 1 es y = x/2 + 3/2. Calcula a, b y c.

Solución

Se sabe que la función f : R → R dada por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$, tiene un punto crítico en x = 2 y que la recta normal a su gráfica en el punto de abscisa x = 1 es y = x/2 + 3/2. Calcula a, b y c.

Como f tiene un punto crítico en x = 2 tenemos **f ‘(2) = 0**, la recta normal a su gráfica en el punto de abscisa x = 1 es y = x/2 + 3/2, tenemos **f ‘(1) =** -1/y ‘ **= -1/(1/2) = -2.**
Como la recta normal y = x/2 + 3/2 toca a la gráfica en la abscisa x = 1, tenemos **f(1)=y(1) =**1/2+3/2=4/2 **=2.**

Tenemos: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$; $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

De f ’(2) = 0 tenemos $0 = 3a(2)^2 + 2b(2) + c = 12a + 4b + c = 0$.
De f ’(1) = -2 tenemos $-2 = 3a(1)^2 + 2b(1) + c = 3a + 2b + c = -2$.
De f(1) = 2 tenemos $2 = a(1)^3 + b(1)^2 + c(1) - 1 = a + b + c - 1 = 2$.

Resolvemos el sistema: $\begin{cases} a + b + c = 3 \\ 3a + 2b + c = -2 \ (F_2 - F_1) \\ 12a + 4b + c = 0 \ (F_3 - F_1) \end{cases} \approx \begin{cases} a + b + c = 3 \\ 2a + b \quad = -5 \\ 11a + 3b = -3 \ (F_3 - 3F_2) \end{cases} \approx \begin{cases} a + b + c = 3 \\ 2a + b \quad = -5 \\ 5a \quad = 12 \end{cases}$, de donde tenemos **a = 12/5**, entrando en la segunda 2(12/5) + b = -5 → **b =** -5 – 24/5 **= -49/5**, y entrando en la primera (12/5) + (-49/5) + c = 3 → **c =** 3 – 12/5 +49/5 **= 52/5**

La función pedida es $f(x) = (12/5)x^3 - (49/5)x^2 + (52/5)x - 1$.

Ejercicio 6 Del Modelo 5 del 2020 (Análisis)

Calcula $\int \cos(\ln(x))dx$ (ln denota la función logaritmo neperiano).

Solución

$$I = \int \cos(\ln(x))dx = \left\{ \begin{matrix} u=\cos(\ln(x)) \Rightarrow du= -\text{sen}(\ln(x))\cdot\frac{dx}{x} \\ dv=dx \quad \Rightarrow v = \int dx = x \end{matrix} \right\} = \cos(\ln(x))\cdot x - \int x\cdot\left(\frac{-\text{sen}(\ln(x))}{x}\right)dx =$$

$$= x\cdot\cos(\ln(x)) + \int \text{sen}(\ln(x))dx = x\cdot\cos(\ln(x)) + I_1$$

$$I_1 = \int \text{sen}(\ln(x))dx = \left\{ \begin{matrix} u=\text{sen}(\ln(x)) \Rightarrow du= \cos(\ln(x))\cdot\frac{dx}{x} \\ dv=dx \quad \Rightarrow v = \int dx = x \end{matrix} \right\} = \text{sen}(\ln(x))\cdot x - \int x\cdot\cos(\ln(x))\cdot\frac{dx}{x} =$$

$$= x\cdot\text{sen}(\ln(x)) - \int \cos(\ln(x))dx = x\cdot\text{sen}(\ln(x)) - I.$$

Luego $I = x\cdot\cos(\ln(x)) + I_1 = x\cdot\cos(\ln(x)) + (x\cdot \text{sen}(\ln(x)) - I) = x\cdot\cos(\ln(x)) + x\cdot\text{sen}(\ln(x)) - I$

Igualando tenemos: $I = x\cdot\cos(\ln(x)) + x\cdot\text{sen}(\ln(x)) - I \Rightarrow 2\cdot I = x\cdot\cos(\ln(x)) + x\cdot\text{sen}(\ln(x))$, por tanto:

$$I = \int \cos(\ln(x))dx = \frac{x\cdot\cos(\ln(x)) + x\cdot\text{sen}(\ln(x))}{2} + K$$

Ejercicio 7 Del Modelo 5 del 2020 (Algebra)

Considera $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m \\ m & 2 & -3 \\ m-1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

a) Determina los valores de m para los que la ecuación $AX + B = C$ tiene solución única. (1 punto)
b) Para m = 0, halla X tal que AX + B = C. (1'5 puntos)

Solución

Considera $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m \\ m & 2 & -3 \\ m-1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(a)
Determina los valores de m para los que la ecuación $AX + B = C$ tiene solución única.

De AX + B = C tenemos AX = C – B, por tanto la ecuación AX = C – B tiene solución única si el determinante de A es distinto de cero.

Como $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & m \\ m & 2 & -3 \\ m-1 & 0 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{tercera} \\ \text{fila} \end{matrix} = (m-1)(3-2m) - 0 + (4)(2+m) = -2m^2+5m-3+8+4m = -2m^2+9m+5$.

De $-2m^2+9m+5 = 0 = 2m^2-9m-5$, tenemos $m = \frac{9 \pm \sqrt{81+40}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{4} = \frac{9 \pm 11}{4}$, luego $m = 5$ y $m = -1/2$.

Luego si $m \neq -1/2$ y $m \neq 5$, $|A| \neq 0$, y por tanto la ecuación AX = C – B tiene solución única.
(b)
Para m = 0, halla X tal que AX + B = C.

Según el apartado (a) para m = 0 la ecuación AX = C - B tiene solución única.

De AX = B – C, multiplicando por la izquierda por A^{-1} tenemos: $A^{-1}\cdot AX = A^{-1}\cdot(C – B) \rightarrow IX = A^{-1}\cdot(C – B)$, **de donde $X = A^{-1}\cdot(C – B)$.**

Tenemos $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ y $C - B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Calculamos $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 4 \end{vmatrix}_{F_3+F_1} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{primera} \\ \text{columna} \end{matrix} = 1(8 – 3) = 5$. Sabemos que $A^{-1} = \frac{Adj(A)^t}{|A|}$.

$A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 4 \end{pmatrix}$, $Adj(A^t) = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $A^{-1} = \frac{Adj(A)^t}{|A|} = \frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix} 8 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

La matriz X pedida es: $X = A^{-1}\cdot(C – B) = \frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix} 8 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix} -14 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14/5 \\ -4/5 \\ -6/5 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 8 Del Modelo 5 del 2020 (Geometría)

Considera el plano $\pi \equiv 2x - y + z - 3=0$, la recta $r \equiv \begin{cases} x = 3+\lambda \\ y = 1-2\lambda \\ z = -2-\lambda \end{cases}$ y el punto P(1,1,2).

a) Determina la ecuación general del plano perpendicular a π, paralelo a r y que pasa por el punto P. (1'25 puntos)
b) Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r. (1'25 puntos)

Solución

Considera el plano $\pi \equiv 2x - y + z - 3=0$, la recta $r \equiv \begin{cases} x = 3+\lambda \\ y = 1-2\lambda \\ z = -2-\lambda \end{cases}$ y el punto P(1,1,2).

(a)
Determina la ecuación general del plano perpendicular a π, paralelo a r y que pasa por el punto P.

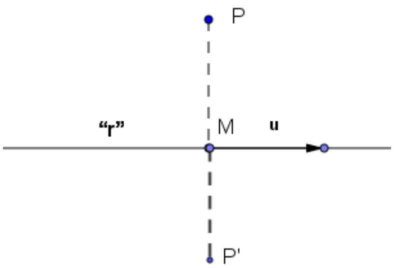
Para un plano necesitamos un punto, el P(1,1,2), y dos vectores independientes, uno el normal del plano que es **n** = (2, -1, 1) y otro el director de la recta **u** = (1, -2, -1)

Como nos piden **la ecuación general** tenemos $\pi \equiv$ **det(PX, n, u) = 0 =** $\begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z-2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ Adjuntos primera fila =

= (x - 1)(1 + 2) - (y - 1)(-2 - 1) + (z - 2)(-4 + 1) **= 3x + 3y - 3z + 0 = 0 = x + y - z = 0**.

(b)

Calcula el punto simétrico de P(1, 1, 2) respecto de la recta $r \equiv \begin{cases} x = 3+\lambda \\ y = 1-2\lambda \\ z = -2-\lambda \end{cases}$.



De la recta "r" tomamos un vector director el **u** = (1, -2, -1).

Tomamos punto genérico M de la recta "r", formamos el vector **PM**, y le imponemos la condición de perpendicularidad a dos vectores, uno el **PM** y otro el director **u** de la recta "r". Obtenemos el punto M, que será el punto medio del segmento PP', siendo P' el punto simétrico buscado.

Punto genérico de la recta "r", M(3 + λ, 1 - 2λ, -2 - λ), formamos el vector **PM** = (3 + λ-1, 1 - 2λ-1, -2 - λ -2) = = (2 + λ, -2λ, -4 - λ), le imponemos la condición de que sea perpendicular a la recta "r" es decir a su vector de dirección **u** = (1, -2, -1), por tanto **PM•u** = 0 $\rightarrow$ (2 + λ, -2λ, -4 - λ)•(1, -2, -1) = 0 = 2 + λ + 4λ + 4 + λ= 0, de donde 6λ = -6, es decir **λ = -1** y M es M(3 + (-1), 1 - 2(-1), -2 - (-1)) = M(2, 3, -1).

De M punto medio del segmento PP' tenemos: (2, 3, -1) = ((1 + x)/2, (1 + y)/2, (2 + z)/2), de donde:
2 = (1 + x)/2 $\rightarrow$ x = 4 – 1 = 3.
3 = (1 + y)/2 $\rightarrow$ y = 6 – 1 = 5
-1 = (2 + z)/2 $\rightarrow$ z = -2 - 2 = -4.

El punto simétrico pedido es P'(3, 5, -4).